Listy Biometryczne
Vol. XXI (1984) No.2,
Biometrical Letters

ANALIZA POTOMSTWA Z TRÓJKĄTNEJ TABLICY DIALLELICZNEJ PORÓWNYWANEGO W UKŁADACH BLOKOWYCH*

BRONISŁAW CERANKA, HANNA KIEŁCZEWSKA

Zakład Metod Matematycznych i Statystycznych Akademii Rolniczej
w Poznaniu

Praca wpłynęła 23 listopada 1983; w wersji ostatecznej 28 marca 1984

Ceranka B., Kiełczewska H., 1984. Analysis of triangular table of diallel crosses without parents for experiments in block designs. Listy Biometryczne XXI, z 2, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu (Adam Mickiewicz University Press), pp. 57-67, 3 tabl., PL ISSN 0458-0036.

In this paper the analysis of genotypes obtained in diallel crossing system including one set of F_1 but not the parents arranged in triangular table is given. This analysis is presented for data obtained from the experiment in block designs. The analysis of variance, estimators of general and specific combining abilities as well as statistics for testing of hypotheses concerning those parameters are given.

1. WSTĘP

System krzyżowania diallelicznego polega na krzyżowaniu pomiędzy sobą p form rodzicielskich. W wyniku tego krzyżowania otrzymujemy maksymalnie p^2 kombinacji, które można podzielić na trzy grupy: p form rodzicielskich, p(p-1)/2 potomstw otrzymanych z krzyżowania prostego oraz p(p-1)/2 potomstw otrzymanych z krzyżowania odwrotnego.

W niniejszej pracy przedstawimy analizę danych dotyczących potomstwa otrzymanego z krzyżowania prostego. Jest to analiza krzyżówek diallelicznych typu IV, według klasyfikacji Griffinga (1956). Zwykle zakłada się, że formy rodzicielskie są liniami wsobnymi. Do proponowanej analizy założenie to nie jest konieczne. Zakładamy jedynie, że formy rodzicielskie są dobrane celowo i wyłącznie o nich chcemy wnioskować.

---

* Praca wykonana w ramach problemu węzłowego 09.1, koordynowanego przez Instytut Hodowli i Aklimatyzacji Roślin.

Analiza otrzymanego w wyniku krzyżowania potomstwa dotyczy ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej. W celu przeprowadzenia takiej analizy należy jednak najpierw założyć doświadczenie porównawcze. Griffing (1956) omówił analizę, gdy doświadczenie założone zostało w układzie bloków kompletnych, a Dobek, Kaczmarek i in. (1980) omówili analizę dla doświadczenia założonego w układzie zrównoważonym o blokach niekompletnych dla typu I krzyżówek diallelicznych. Ponieważ zwykle w tego typu doświadczeniach liczba potomstwa (obiektów) otrzymanego w wyniku krzyżowania jest duża, więc zakładanie doświadczenia w układzie bloków kompletnych może naruszać warunek jednorodności wewnątrz bloku. Z tego względu bardziej wskazane jest zakładanie doświadczenia o blokach niekompletnych. W tej pracy omawiamy analizę doświadczenia założonego w dowolnym układzie blokowym (spójnym), a w przypadku szczególnym dla układu zrównoważonego w sensie efektywności z jednakową liczbą replikacji obiektów i binarną macierzą incydencji.

2. ANALIZA WARIANCJI UKŁADU BLOKOWEGO

Przed analizą ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej dla krzyżówek diallelicznych należy testować hipotezę o braku różnic między potomstwem. Testowanie tej hipotezy przeprowadza się za pomocą analizy wariancji, na podstawie obserwacji uzyskanych z doświadczenia.

Model obserwacji z doświadczenia blokowego dla potomstwa otrzymanego z rozpatrywanego w pracy typu krzyżowania diallelicznego jest postaci

$$\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{1}\mu + \underset{\sim}{\Delta}'\underset{\sim}{\tau} + \underset{\sim}{D}'\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\eta},$$

gdzie: $\underset{\sim}{y}$ jest n-wymiarowym wektorem obserwacji, μ jest parametrem wspólnym, $\underset{\sim}{\tau}$ jest v-wymiarowym wektorem parametrów obiektowych (potomstwa), $\underset{\sim}{\beta}$ jest b-wymiarowym wektorem parametrów blokowych, $\underset{\sim}{\eta}$ jest n-wymiarowym wektorem błędów losowych, o którym zakładamy, że ma wielowymiarowy rozkład normalny o wartości oczekiwanej $E(\underset{\sim}{\eta}) = \underset{\sim}{0}$ i macierzy kowariancji $D^2(\underset{\sim}{\eta}) = \sigma^2 \underset{\sim}{I}$, ($\underset{\sim}{I}$ jest macierzą jednostkową stopnia n), $\underset{\sim}{\Delta}'$ i $\underset{\sim}{D}'$ są znanymi macierzami układu odpowiednio dla obiektów i bloków o wymiarach $n \times v$ i $n \times b$.

Sumy kwadratów w analizie wariancji dowolnego układu blokowego dla poszczególnych źródeł zmienności obliczamy według następujących wzorów:

$$C = \underset{\sim}{y}'\underset{\sim}{y} - G^2/n,$$

$$B = \underset{\sim}{B}'\underset{\sim}{k}^{-\delta}\underset{\sim}{B} - G^2/n,$$

$$T = \underset{\sim}{Q}'\underset{\sim}{A}^{-}\underset{\sim}{Q},$$

$$E = C - B - T,$$

gdzie $\underset{\sim}{B}$ jest b-wymiarowym wektorem sum blokowych, G jest sumą wszystkich obserwacji z doświadczenia, a $\underset{\sim}{Q} = \underset{\sim}{T} - \underset{\sim}{N}\underset{\sim}{k}^{-\delta}\underset{\sim}{B}$ jest v-wymiarowym wektorem poprawionych sum obiektowych, przy czym $\underset{\sim}{T}$ jest v-wymiarowym wektorem sum obiektowych, $\underset{\sim}{N}$ jest $v \times b$ wymiarową macierzą incydencji układu blokowego, $\underset{\sim}{k}^{-\delta} = \mathrm{diag}\,[1/k_1, 1/k_2, \ldots, 1/k_b]$, gdzie k_j, $j = 1,2,\ldots,b$, są wielkościami kolejnych bloków.

Macierz $\underset{\sim}{A}^{-}$ jest jakąkolwiek uogólnioną odwrotnością macierzy $\underset{\sim}{A} = \underset{\sim}{r}^{\delta} - \underset{\sim}{N}\underset{\sim}{k}^{-\delta}\underset{\sim}{N}'$, gdzie $\underset{\sim}{r}^{\delta} = \mathrm{diag}\left[r_1, r_2, \ldots, r_v\right]$, a r_i, $i=1,2\ldots v$, są liczbami replikacji kolejnych obiektów.

Tak obliczone sumy kwadratów zestawia się zwykle w tabeli analizy wariancji (tabl. 1).

T a b l i c a 1. Analiza wariancji układu blokowego

Zmienność	Suma kwadratów	Stopnie swobody	Średni kwadrat	F
Bloki	B	b-1	-	-
Obiekty	T	v-1	s_T^2	s_T^2/s_E^2
Błąd	E	n-b-v+1	s_E^2	-
Całość	C	n-1	-	-

W tablicy 1, $s_T^2 = T/(v-1)$, $s_E^2 = E/(n-b-v+1)$.

Hipotezę ogólną o równości parametrów obiektowych weryfikujemy porównując wartość $F = s_T^2/s_E^2$ z wartością krytyczną rozkładu F odczytaną dla danego poziomu istotności α oraz stopni swobody v-1 i n-b-v+1.

Po odrzuceniu hipotezy ogólnej możemy testować hipotezy szczegółowe opisane kontrastami. Hipotezę związaną ze zbiorem h kontrastów zapisujemy w postaci $H_o : \underset{\sim}{C}'\underset{\sim}{\tau} = \underset{\sim}{0}$, gdzie $\underset{\sim}{C}'$ jest $h \times v$ wymiarową macierzą rzędu h. Kolumny macierzy $\underset{\sim}{C}$ stanowią współczynniki kolejnych niezależnych h kontrastów, czyli $\underset{\sim}{C} = \left[\underset{\sim}{c}_1, \underset{\sim}{c}_2, \ldots, \underset{\sim}{c}_h\right]$, przy czym $\underset{\sim}{c}_m'\underset{\sim}{1} = 0$, $m=1,2,\ldots,h$. Hipotezę powyższą weryfikujemy porównując wartość

$$F = s_K^2/s_E^2 \tag{2.1}$$

z wartością krytyczną rozkładu F, odczytaną dla danego poziomu istotności α oraz stopni swobody h i n-b-v+1, przy czym $s_K^2 = K/h$, gdzie

$$K = \underset{\sim}{Q}'\underset{\sim}{A}^{-}\underset{\sim}{C}\,(\underset{\sim}{C}'\underset{\sim}{A}^{-}\underset{\sim}{C})^{-1}\underset{\sim}{C}'\underset{\sim}{A}^{-}\underset{\sim}{Q} \; . \tag{2.2}$$

W szczególnym przypadku, gdy jesteśmy zainteresowani testowaniem hipotez szczegółowych dla pojedynczych kontrastów, czyli hipotez $H_{om} : \underset{\sim}{c}_m'\underset{\sim}{\tau} = 0$, wtedy funkcja testowa ma postać

$$F = \frac{(\underset{\sim}{c}_m'\hat{\underset{\sim}{\tau}})^2}{\widehat{\mathrm{Var}}\,(\underset{\sim}{c}_m'\hat{\underset{\sim}{\tau}})} \; , \tag{2.3}$$

gdzie $\hat{Var}(\underset{\sim}{c}_m'\hat{\underset{\sim}{\tau}}) = s_E^2 c_m' A^- c_m$, której wartość należy porównać z wartością krytyczną F, odczytaną dla danego poziomu istotności α oraz dla 1 i n-b-v+1 stopni swobody.

Zajmiemy się teraz przypadkiem testowania hipotezy ogólnej i hipotez szczegółowych dla doświadczenia założonego w układzie blokowym zrównoważonym w sensie efektywności z jednakową liczbą replikacji obiektów i binarną macierzą incydencji. Układem blokowym zrównoważonym w sensie efektywności nazywamy układ blokowy, w którym wszystkie kontrasty parametrów obiektowych estymowane są z jednakowym współczynnikiem efektywności równym ε. W przypadku rozważanego tutaj układu zrównoważonego z jednakową liczbą replikacji obiektów i binarną macierzą incydencji $\varepsilon = (n-b)/r(v-1)$. Macierz $\underset{\sim}{A}$ dla tego układu ma postać $\underset{\sim}{A} = \varepsilon r[\underset{\sim}{I} - \underset{\sim}{1}\underset{\sim}{1}' / v]$. Jako uogólnioną odwrotność macierzy $\underset{\sim}{A}$ bierzemy tutaj $\underset{\sim}{A}^- = (1/\varepsilon r)\underset{\sim}{I}$. Określone powyżej postacie macierzy $\underset{\sim}{A}$ i $\underset{\sim}{A}^-$ pozwalają uprościć podane wzory funkcji służących do testowania hipotezy ogólnej i hipotez szczegółowych. Mianowicie wzór na sumę kwadratów dla obiektów T ma teraz postać $T = (1/\varepsilon r)\underset{\sim}{Q}'\underset{\sim}{Q}$, a wzór (2.2) upraszcza się do postaci

$$K = (1/\varepsilon r) \underset{\sim}{Q}'\underset{\sim}{C}(\underset{\sim}{C}'\underset{\sim}{C})^{-1}\underset{\sim}{C}'\underset{\sim}{Q}, \tag{2.4}$$

natomiast występująca we wzorze (2.3) $\hat{Var}(\underset{\sim}{c}_m'\hat{\underset{\sim}{\tau}}) = (s_E^2/\varepsilon r)\underset{\sim}{c}_m'\underset{\sim}{c}_m$.

3. ANALIZA OGÓLNEJ I SPECYFICZNEJ ZDOLNOŚCI KOMBINACYJNEJ

3.1. DEFINICJE ZDOLNOŚCI KOMBINACYJNYCH

Do analizy rozpatrywanego w pracy typu krzyżówek diallelicznych bierze się pod uwagę potomstwo otrzymane z krzyżowania prostego. Niech τ_{ij}, $i < j = 1, 2, \ldots, p$, będzie efektem genotypu otrzymanego ze skrzyżowania i-tej oraz j-tej formy rodzicielskiej. Składowe τ_{ij} v-wymiarowego wektora parametrów obiektowych $\underset{\sim}{\tau}$ $(v=p(p-1)/2)$ można zapisać w trójkątnej tablicy postaci

$$\begin{array}{ccccc}
\tau_{12} & \tau_{13} & \tau_{14} & \cdots & \tau_{1p} \\
 & \tau_{23} & \tau_{24} & \cdots & \tau_{2p} \\
 & & \tau_{34} & \cdots & \tau_{3p} \\
 & & & & \vdots \\
 & & & & \tau_{p-1,p}
\end{array}.$$

Ogólną zdolność kombinacyjną (g. c. a.) l-tej formy rodzicielskiej definiujemy jako kontrast postaci

$$g_l = \underset{\sim}{c}_l'\underset{\sim}{\tau}, \quad l = 1, 2, \ldots, p,$$

gdzie przy powyższym uporządkowaniu składowych τ_{ij} wektora $\underset{\sim}{\tau}$, wektor $\underset{\sim}{c}_l$, o składowych $c_{l_{ij}}$, wyznaczający kontrast tworzymy następująco:

$$c_{l_{ij}} = \begin{cases} \frac{1}{p}, \text{ gdy } & i=l \text{ lub } j=l \\ -\frac{2}{p(p-2)}, \text{ w pozostałych przypadkach.} \end{cases} \tag{3.1}$$

Specyficzną zdolność kombinacyjną (s. c. a.) krzyżówki pochodzącej ze skrzyżowania k-tej oraz l-tej formy rodzicielskiej definiujemy jako kontrast postaci

$$s_{kl} = \underset{\sim}{c}'_{kl}\underset{\sim}{\tau}, \qquad k<l = 1, 2, \ldots, p,$$

gdzie przy powyższym uporządkowaniu składowych τ_{ij} wektora $\underset{\sim}{\tau}$, wektor $\underset{\sim}{c}_{kl}$, o składowych $c_{kl_{ij}}$, wyznaczający kontrast tworzymy następująco:

$$c_{kl_{ij}} = \begin{cases} \frac{p-3}{p-1} & \text{gdy } i=k \text{ oraz } j=l \\ -\frac{(p-3)}{(p-1)(p-2)} & \text{gdy } i=k \text{ lub } j=l \\ \frac{2}{(p-1)(p-2)} & \text{w pozostałych przypadkach.} \end{cases} \tag{3.2}$$

3.2. ESTYMACJA

Estymatory ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej podamy oddzielnie dla przypadku gdy doświadczenie zostało założone w dowolnym układzie blokowym oraz dla rozpatrywanego tutaj układu zrównoważonego w sensie efektywności.

Dla dowolnego układu oceny te obliczamy ze wzorów

$$\hat{g}_l = \underset{\sim}{c}'_l\hat{\underset{\sim}{\tau}} = \underset{\sim}{c}'_l\underset{\sim}{A}^-\underset{\sim}{Q},$$

$$\hat{s}_{kl} = \underset{\sim}{c}'_{kl}\hat{\underset{\sim}{\tau}} = \underset{\sim}{c}'_{kl}\underset{\sim}{A}^-\underset{\sim}{Q},$$

gdzie składowe wektorów $\underset{\sim}{c}_l$ oraz $\underset{\sim}{c}_{kl}$ zostały określone odpowiednio wzorami (3.1) i (3.2).

Dla układu zrównoważonego w sensie efektywności z jednakową liczbą replikacji i binarną macierzą incydencji, oceny ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej można uzyskać ze wzorów prostszych postaci

$$\hat{g}_l = \underset{\sim}{c}'_l\hat{\underset{\sim}{\tau}} = \underset{\sim}{c}'_l\underset{\sim}{Q}/\varepsilon r,$$

$$\hat{s}_{kl} = \underset{\sim}{c}'_{kl}\hat{\underset{\sim}{\tau}} = \underset{\sim}{c}'_{kl}\underset{\sim}{Q}/\varepsilon r.$$

Jak już stwierdziliśmy, oceny efektów g.c.a. i s.c.a. można uzyskać korzystając bezpośrednio z podanych wyżej wzorów. Czasami wygodnie jest jednak postąpić inaczej. Wiadomo, że najlepszym nieobciążonym estymatorem liniowym dowolnego kontrastu $\underset{\sim}{c}'\underset{\sim}{\tau}$ jest $\underset{\sim}{c}'\underset{\sim}{\tau}^o$, gdzie $\underset{\sim}{\tau}^o$ jest dowolnym rozwiązaniem równania $\underset{\sim}{A}\underset{\sim}{\tau}^{o} = \underset{\sim}{Q}$, czyli $\underset{\sim}{\tau}^{o} = \underset{\sim}{A}^{-}\underset{\sim}{Q}$. Można więc najpierw znaleźć $\underset{\sim}{\tau}^{o}$, a następnie dopiero obliczyć oceny efektów g.c.a. i s.c.a. korzystając z ich definicji. Za $\underset{\sim}{\tau}^{o}$ można również przyjąć wektor tak zwanych średnich poprawionych dla obiektów.

3.3. TESTOWANIE HIPOTEZ

Przy analizie trójkątnej tablicy diallelicznej bez rodziców po odrzuceniu hipotezy ogólnej o równości porównywanych obiektów (potomstwa), badacz zainteresowany jest testowaniem hipotez związanych z efektami g.c.a. i s.c.a., a mianowicie hipotez postaci

1) $H_o : g_1 = g_2 = \ldots = g_p$,
2) $H_o : s_{12} = s_{13} = \ldots = s_{p-1,p}$,
3) $H_o : g_l = 0$
4) $H_o : g_l - g_{l'} = 0$; $l \neq l'$,
5) $H_o : s_{kl} = 0$,
6) $H_o : s_{kl} - s_{kl'} = 0$; $k \neq l'$; $l \neq l'$,
7) $H_o : s_{kl} - s_{k'l'} = 0$; $k \neq k', l'$; $l \neq k', l'$,

gdzie $k, l, k', l' = 1, 2, \ldots, p$.

Sposób testowania podanych hipotez omówimy najpierw w przypadku dowolnego układu blokowego, a następnie podamy uproszczone wzory dla układu blokowego zrównoważonego w sensie efektywności z jednakową liczbą replikacji obiektów i binarną macierzą incydencji.

3.3.1. T e s t o w a n i e h i p o t e z w d o w o l n y m u k ł a d z i e b l o k o w y m. W celu testowania hipotezy o równości efektów ogólnej zdolności kombinacyjnej (hipoteza 1) należy utworzyć macierz $\underset{\sim}{C}$, występującą we wzorze (2.2), opisującą niezależne kontrasty dotyczące ogólnej zdolności kombinacyjnej. Ponieważ wektory $\underset{\sim}{c}_l$, $l = 1, 2, \ldots, p$, opisujące kontrasty dotyczące ogólnej zdolności kombinacyjnej są liniowo zależne, więc do utworzenia macierzy $\underset{\sim}{C}$ proponujemy wybrać p-1 dowolnych wektorów $\underset{\sim}{c}_l$ opisanych wzorem (3.1). Wektory $\underset{\sim}{c}_l$ będą liniowo niezależnymi kolumnami macierzy $\underset{\sim}{C}$. Hipotezę 1 testujemy korzystając z tak utworzonej macierzy $\underset{\sim}{C}$, ze wzoru (2.2) i (2.1) przyjmując $h=p-1$.

Podobnie w celu testowania hipotezy 2, o równości efektów specyficznej zdolności kombinacyjnej, należy obliczyć sumę kwadratów dla tej hipotezy, zgodnie ze wzorem (2.2), w której występuje macierz $\underset{\sim}{C}$ opisująca niezależne kontrasty dotyczące tych efektów. Ponieważ wektory $\underset{\sim}{c}_{kl}$ ze wzoru (3.2) są liniowo zależne, więc jako liniowo niezależne kolumny macierzy C proponujemy wybrać $p(p-3)/2$ wektorów $\underset{\sim}{c}_{kl}$ w następujący sposób. Spośród wszystkich $\underset{\sim}{c}_{kl}$ wybieramy te, dla których $k \neq p-2$ i $l \neq p$. Hipotezę 2 testujemy korzystając z tak utworzonej macierzy $\underset{\sim}{C}$ i z funkcji testowej (2.1) przyjmując $h=p(p-3)/2$.

Dla testowania hipotez 3-7 należy skorzystać z ogólnej postaci funkcji testowej podanej wzorem (2.3).

3.3.2. Testowanie hipotez w układzie zrównoważonym. Do testowania hipotez 1 i 2 należy obliczyć sumy kwadratów podane wzorem (2.2). Dla przypadku układu zrównoważonego w sensie efektywności z jednakową liczbą replikacji obiektów i binarną macierzą incydencji, sumy kwadratów można przedstawić bezpośrednim wzorem. Sumy te oznaczymy odpowiednio przez SS_g i SS_s.

Przy testowaniu hipotezy o równości efektów g.c.a. p form rodzicielskich (hipoteza 1) korzystamy ze wzoru (2.1) przyjmując $h=p-1$ oraz

$$s_K^2 = \frac{SS_g}{p-1},$$

gdzie $SS_g = \frac{2(n-b)}{p+1} \hat{\underset{\sim}{g}}' \hat{\underset{\sim}{g}}$,

przy czym $\hat{\underset{\sim}{g}} = [\hat{g}_1, \hat{g}_2, \ldots, \hat{g}_p]'$.

Testując hipotezę o równości efektów s.c.a. potomstw (hipoteza 2) należy skorzystać ze wzoru (2.1) przyjmując $h=p(p-3)/2$ oraz

$$s_K^2 = \frac{2SS_s}{p(p-3)},$$

gdzie $SS_s = \frac{2(n-b)}{(p+1)(p-2)} \hat{\underset{\sim}{s}}' \hat{\underset{\sim}{s}}$,

przy czym $\hat{\underset{\sim}{s}} = [\hat{s}_{12}, \hat{s}_{13}, \ldots, \hat{s}_{p-1,p}]'$ jest wektorem o $p(p-1)/2$ składowych będących ocenami efektów s.c.a. potomstw.

Przy testowaniu hipotez szczegółowych 3-7 korzystamy zawsze z funkcji testowej F podanej we wzorze (2.3), która dla kolejnych hipotez przy omawianym ukłdzie blokowym przyjmuje następującą postać.

Przy testowaniu hipotezy szczegółowej mówiącej o tym, że efekt g.c.a. l-tej formy rodzicielskiej jest równy zeru, to jest hipotezy $H_o : g_l = 0$, $l = 1,2,\ldots, p$, funkcja testowa F ze wzoru (2.3) ma postać

$$F = \frac{2p(n-b)\hat{g}_l^2}{(p-1)(p+1)s_E^2}.$$

Przy testowaniu hipotezy szczegółowej dotyczącej porównania efektów g.c.a. dwóch form rodzicielskich, to jest hipotezy $H_o : g_l - g_{l'} = 0$, $l \neq l' = 1,2,\ldots, p$, funkcja testowa F ze wzoru (2.3) ma postać

$$F = \frac{(n-b)(\hat{g}_l-\hat{g}_{l'})^2}{(p+1)s_E^2}.$$

Przy testowaniu hipotezy szczegółowej mówiącej, że efekt s.c.a. potomstwa k-tej oraz l-tej formy rodzicielskiej jest równy zeru, to jest hipotezy $H_o : s_{kl} = 0$, $k < l=1,2,\ldots p$, funkcja testowa F ze wzoru (2.3) ma postać

$$F = \frac{2(p-1)(n-b)\hat{s}_{kl}^2}{(p+1)(p-2)(p-3)s_E^2} \, .$$

Przy testowaniu hipotezy szczegółowej dotyczącej porównania efektów s.c.a. potomstwa k-tej oraz l-tej formy rodzicielskiej z efektem s.c.a. potomstwa k-tej oraz l′-tej formy rodzicielskiej, to jest hipotezy $H_0 : s_{kl} - s_{kl'} = 0$, $k \neq l'$; $l \neq l'$; $k, l, l' = 1,2,\ldots, p$, funkcja testowa F ze wzoru (2.3) ma postać

$$F = \frac{(n-b)(\hat{s}_{kl} - \hat{s}_{kl'})^2}{(p+1)(p-3)s_E^2} \, .$$

Przy testowaniu hipotezy szczegółowej dotyczącej porównania efektu s.c.a. potomstwa k-tej oraz l-tej formy z efektem s.c.a. potomstwa k-tej oraz l-tej formy rodzicielskiej, to jest hipotezy $H_0 : s_{kl} - s_{kl} = 0$, $k \neq k', l'$; $l \neq k', l'$; $k, l, k', l', = 1,2,\ldots p$, funkcja testowa F ze wzoru (2.3) ma postać

$$F = \frac{(n-b)(\hat{s}_{kl} - \hat{s}_{k'l'})^2}{(p+1)(p-4)s_E^2} \, .$$

Z powyższych wzorów służących do testowania hipotez szczegółowych 1-7, podanych dla układu blokowego zrównoważonego w sensie efektywności z jednakową liczbą replikacji i binarną macierzą incydencji, możemy również korzystać w przypadku, gdy doświadczenie założone jest w układzie zrównoważonym o blokach niekompletnych lub w układzie bloków kompletnych.

4. PRZYKŁAD

W doświadczeniu badano 10 genotypów słonecznika pokolenia F_1 otrzymanego w wyniku prostego krzyżowania diallelicznego p=5 linii wsobnych. Z uzyskanymi genotypami założono doświadczenie w układzie zrównoważonym o blokach niekompletnych z r=6 replikacjami, przy czym każdy z b=15 bloków zawierał k=4 poletka. Obserwowaną cechą jest długość okresu kwitnienia (w dniach). Otrzymane wyniki doświadczenia zestawiono w tablicy 2.

Z danych zamieszczonych w tablicy 2 uzyskujemy sumy dla genotypów (wektor $\underset{\sim}{T}$) oraz średnie poprawione (wektor $\underset{\sim}{\tau}^o$).

$$\underset{\sim}{T} = [71{,}9 \quad 89{,}9 \quad 80{,}2 \quad 81{,}4 \quad 92{,}9 \quad 86{,}9 \quad 92{,}6 \quad 74{,}7 \quad 70{,}9 \quad 96{,}7]' ,$$

$$\underset{\sim}{\tau}^o = [11{,}7583 \quad 14{,}6883 \quad 13{,}2683 \quad 13{,}6483 \quad 15{,}7083 \quad 14{,}5283 \quad 15{,}7383 \quad 12{,}3733 \quad 11{,}9483 \quad 16{,}0233]' ,$$

T a b l i c a 2. Wyniki doświadczenia

Nr bloku	Nr obiektu Długość okresu kwitnienia				Sumy dla bloków
1	^{1}12,8	^{2}15,5	^{3}13,6	^{4}14,1	56,0
2	^{1}12,8	^{2}15,4	^{5}15,1	^{6}14,4	57,7
3	^{1}13,0	^{3}13,7	^{7}15,6	^{8}12,0	54,3
4	^{1}11,0	^{4}13,1	^{9}12,7	^{10}16,6	53,4
5	^{1}10,3	^{5}15,2	^{7}15,0	^{9}12,0	52,5
6	^{1}12,0	^{6}15,8	^{8}14,1	^{10}16,0	57,9
7	^{2}15,3	^{3}14,7	^{6}14,7	^{9}12,1	56,8
8	^{2}15,3	^{4}14,3	^{7}15,3	^{10}16,4	61,3
9	^{2}14,3	^{5}16,1	^{8}13,8	^{10}15,4	59,6
10	^{2}14,1	^{7}16,0	^{8}11,3	^{9}12,4	53,8
11	^{3}12,3	^{5}15,6	^{9}12,1	^{10}16,6	56,6
12	^{3}12,6	^{6}13,2	^{7}15,4	^{10}15,7	56,9
13	^{3}13,3	^{4}13,7	^{5}15,6	^{8}11,6	54,2
14	^{4}12,5	^{5}15,3	^{6}13,1	^{7}15,3	56,2
15	^{4}13,7	^{6}15,7	^{8}11,9	^{9}9,6	50,9

Wyniki dotyczące analizy wariancji zestawiono w tablicy 3.

T a b l i c a 3. Analiza wariancji dla danych z tablicy 2.

Zmienność	Suma kwadratów	Stopnie swobody	Średni kwadrat	F
Bloki	26,2873	14	-	-
Obiekty	116,5822	9	12,9536	19,25
Błąd	24,2203	36	0,6728	-
Całość	167,0898	59	-	-

Na podstawie wyników z tablicy 3 możemy stwierdzić, że średnie nie wszystkich genotypów są jednakowe, ponieważ $F = 19,25 > 2,95 = F_{0,01;9;36}$. Ponieważ hipoteza ogólna została odrzucona możemy zatem przejść do estymacji i testowania hipotez związanych z efektami ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej. Korzystając z wektora średnich poprawionych i definicji g.c.a. i s.c.a. otrzymujemy następujące oceny tych efektów:

$\hat{g}_1 = -0,837$, $\hat{g}_2 = 0,622$, $\hat{g}_3 = -0,385$, $\hat{g}_4 = 0,106$, $\hat{g}_5 = 0,495$,

$\hat{s}_{kl}$	2	3	4	5
1	-1,999	1,942	0,030	0,022
2		1,505	-0,167	0,655
3			-1,313	-2,130
4				1,453

Przejdziemy teraz do testowania kolejnych hipotez związanych z powyższymi efektami.

Hipotezę o równości efektów ogólnej zdolności kombinacyjnej pięciu linii (hipoteza 1, paragraf 3.3) odrzucamy na poziomie istotności $\alpha = 0,01$, ponieważ $SS_g = 22,3760$, a stąd $s_K^2 = 22,3760/4 = 5,5940$ i $F = 5,5940/0,6728 = 8,31 > 3,89 = F_{0,01;4;36}$.

Podobnie, hipotezę o równości efektów specyficznej zdolności kombinacyjnej potomstwa (hipoteza 2 , paragraf 3.3) odrzucamy na poziomie istotności $\alpha = 0,01$, ponieważ $SS_s = 94,2467$, a stąd $s_K^2 = 94,2467/5 = 18,8493$ i $F = 18,8493/0,6728 = 28,02 > 3,57 = F_{0,01;5;36}$.

Ponieważ odrzucona została hipoteza 1, możemy więc przystąpić do testowania hipotez szczegółowych związanych z efektami g.c.a. Najpierw zajmiemy się hipotezą badającą istotności ogólnej zdolności kombinacyjnej linii rodzicielskich (hipoteza 3, paragraf 3.3). Zauważamy, że wartość funkcji testowej F możemy obliczyć jako iloczyn dwóch czynników $2p(n-b)/(p-1)(p+1)s_E^2$ i $\hat{g}_l^2 (l = 1,2,3,4,5)$. Wartość tego stałego czynnika wynosi 27,8686. Wartość krytyczna jest równa $F_{0,01;1;36} = 7,40$, a stąd łatwo zauważyć, że odrzucamy hipotezę zerową jedynie dla linii 1 i 2. Wynika stąd, że tylko linie 1 i 2 wykazują istotną ogólną zdolność kombinacyjną. Natomiast dla pozostałych linii nie stwierdzamy istotności efektów ogólnej zdolności kombinacyjnej.

Aby stwierdzić istotność różnic między efektami g.c.a., linii (hipoteza 4, paragraf 3.3) obliczamy wartość stałego czynnika $(n-b)/(p+1)s_E^2$, we wzorze funkcji testowej F, który trzeba następnie pomnożyć przez wartość $(\hat{g}_l - \hat{g}_{l'})^2$. Wartość tego stałego czynnika wynosi 11,1474, a wartość krytyczna $F_{0,01;1;36} = 7,40$. Możemy więc stwierdzić, że istotnie różnią się między sobą efekty g.c.a. linii 1 i 2, 1 i 4, 1 i 5, 2 i 3 oraz 3 i 5.

Podobnie testujemy hipotezy mówiące, że efekty s.c.a. potomstwa k-tej oraz l -tej linii są nieistotne (hipoteza 5, paragraf 3.3). Postępując jak wyżej możemy stwierdzić, że istotnie różnią się od zera następujące efekty s.c.a.: s_{12}, s_{13}, s_{23}, s_{34}, s_{35} oraz s_{45}.

Dla ilustracji sposobu testowania hipotez 6 i 7 z paragrafu 3.3 weźmy pod uwagę hipotezy $H_o : s_{12} - s_{14} = 0$ oraz $H_o : s_{12} - s_{34}$. Pierwszą z nich testujemy obliczając $F = 5,5737(-1,993 - 0,030)^2 = 22,81$, a drugą obliczając $F = 11,1474(-1,993 + 1,313)^2 = 5,15$. Porównując powyższe wartości z wartością krytyczną $F_{0,01\ ;\ 1;36} = 7,40$ możemy stwierdzić, że odrzucamy hipotezę o równości s_{12} i s_{14}, natomiast brak jest podstaw do odrzucenia na tym samym poziomie istotności hipotezy o równości s_{12} i s_{34}. Podobnie postępuje się przy porównywaniu pozostałych par efektów s.c.a.

LITERATURA

Dobek, A., Kaczmarek, Z., Kiełczewska, H., Łuczkiewicz, T. (1980). Podstawy i założenia analizy krzyżówek diallelicznych. IV. Analiza krzyżówek diallełicznych dla doświadczeń zakładanych w układach zrównoważonych o blokach niekompletnych. Dziesiąte Colloquium Metodologiczne z Agrobiometrii, PAN, Warszawa, 332-348.

Griffing, B. (1956). Concept of general and specific combining ability in relation to diallel crossing systems. Australian Journal of Biological Sciences, 9, 463-492.